Vraag	Antwoord	Scores

Twee functies

1 maximumscore 4

- $p = x\sqrt{x}$ geeft de vergelijking $72 - p^2 = p$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $p = -9$ of $p = 8$ — 1
- Hieruit volgt $x = 4$ ($p = -9$ voldoet niet) — 1
- Dus de coördinaten van S zijn $(4, 8)$ — 1

of

- De vergelijking $72 - x^3 = x\sqrt{x}$ herschrijven tot $x^3 + x\sqrt{x} - 72 = 0$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $x\sqrt{x} = 8$ of $x\sqrt{x} = -9$ — 1
- Hieruit volgt $x = 4$ ($x\sqrt{x} = -9$ geeft geen oplossingen) — 1
- Dus de coördinaten van S zijn $(4, 8)$ — 1

of

- De vergelijking $72 - x^3 = x\sqrt{x}$ herleiden tot $x^6 - 145x^3 + 5184 = 0$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $x^3 = 64$ of $x^3 = 81$ — 1
- Hieruit volgt $x = 4$ ($x^3 = 81$ voldoet niet) — 1
- Dus de coördinaten van S zijn $(4, 8)$ — 1

2 maximumscore 5

- $f'(x) = -3x^2$ — 1
- $-3x^2 = -12$ geeft $x = 2$ ($x = -2$ voldoet niet) — 1
- De integraal $\int_0^2 (-12x + 88 - (72 - x^3))\,dx$ moet worden berekend — 1
- Een primitieve van $x^3 - 12x + 16$ is $\frac{1}{4}x^4 - 6x^2 + 16x$ — 1
- Invullen van de grenzen geeft oppervlakte 12 — 1

Cobb-Douglas-productiefunctie

3 maximumscore 2

- $50\,000L + 20\,000K = 1\,000\,000$ herleiden tot $K = 50 - 2{,}5L$ 1
- Substitutie geeft $Y = 40 \cdot L^{0,7} \cdot (50 - 2{,}5L)^{0,3}$ 1

of

- Het aantal machines bij 0 voltijdbanen is $\frac{1\,000\,000}{20\,000} = 50$ en voor elke voltijdbaan kunnen $\frac{50\,000}{20\,000} = 2{,}5$ machines minder worden besteld, dus het aantal machines is $K = 50 - 2{,}5L$ 1
- Substitutie geeft $Y = 40 \cdot L^{0,7} \cdot (50 - 2{,}5L)^{0,3}$ 1

4 maximumscore 5

- $\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}L} = 28 \cdot L^{-0,3} \cdot (50 - 2{,}5L)^{0,3} - 30 \cdot L^{0,7} \cdot (50 - 2{,}5L)^{-0,7}$ 2
- $\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}L} = 0$ als $\frac{28 \cdot \left(50 - 2{,}5L\right)^{0,3}}{L^{0,3}} = \frac{30L^{0,7}}{\left(50 - 2{,}5L\right)^{0,7}}$ 1
- Hieruit volgt $28 \cdot (50 - 2{,}5L) = 30L$ 1
- Dit geeft $L = 14$ (dus het gevraagde aantal voltijdbanen is 14) 1

Opmerking
Als in het eerste antwoordelement de productregel en/of de kettingregel niet is gebruikt, mogen voor dit antwoordelement geen scorepunten worden toegekend. Als de productregel en/of de kettingregel wel is gebruikt, maar niet correct, mag voor dit antwoordelement hoogstens 1 scorepunt worden toegekend op basis van vakspecifieke regel 1.

5 maximumscore 4

- Er moet bewezen worden dat $gY = A \cdot (gL)^{\alpha} \cdot (gK)^{\beta}$ 1
- ($\beta = 1 - \alpha$ dus) $(gL)^{\alpha} \cdot (gK)^{1-\alpha} = g^{\alpha} \cdot L^{\alpha} \cdot g^{1-\alpha} \cdot K^{1-\alpha}$ 1
- Dit herschrijven tot $g \cdot L^{\alpha} \cdot K^{1-\alpha} = g \cdot L^{\alpha} \cdot K^{\beta}$ 1
- Dus $A \cdot (gL)^{\alpha} \cdot (gK)^{\beta} = A \cdot g \cdot L^{\alpha} \cdot K^{\beta} = gY$ 1

of

- Er moet bewezen worden dat $gY = A \cdot (gL)^{\alpha} \cdot (gK)^{\beta}$ 1
- $A \cdot (gL)^{\alpha} \cdot (gK)^{\beta} = A \cdot g^{\alpha} \cdot L^{\alpha} \cdot g^{\beta} \cdot K^{\beta}$ 1
- $A \cdot g^{\alpha} \cdot L^{\alpha} \cdot g^{\beta} \cdot K^{\beta} = g^{\alpha+\beta} \cdot A \cdot L^{\alpha} \cdot K^{\beta}$ 1
- Dan volgt (omdat $\alpha + \beta = 1$) $g^{\alpha+\beta} \cdot A \cdot L^{\alpha} \cdot K^{\beta} = g \cdot A \cdot L^{\alpha} \cdot K^{\beta} = gY$ 1

Loodrecht op de snelheidsvector

6 maximumscore 3

- $AP = \sqrt{(\sin(t))^2 + (\frac{1}{2}\sqrt{2} - \cos(t - \frac{1}{4}\pi))^2}$ 1
- Beschrijven hoe het maximum van AP kan worden berekend 1
- De maximale afstand is gelijk aan 1,88 1

7 maximumscore 4

- $x'(t) = \cos(t)$ 1
- $y'(t) = -\sin(t - \frac{1}{4}\pi)$ 1
- Uit $\overrightarrow{OP} \perp \vec{v}$ volgt $\sin(t) \cdot \cos(t) - \cos(t - \frac{1}{4}\pi) \cdot \sin(t - \frac{1}{4}\pi) = 0$ 1
- Dit herleiden tot $\sin(2t) = \sin(2t - \frac{1}{2}\pi)$ 1

8 maximumscore 3

- $\sin(2t) = \sin(2t - \frac{1}{2}\pi)$ geeft $2t = \pi - 2t + \frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$ ($2t = 2t - \frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$ geeft geen oplossing) 1
- Dit geeft $4t = 1\frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$ 1
- Dit geeft voor t de waarden $\frac{3}{8}\pi$, $\frac{7}{8}\pi$, $\frac{11}{8}\pi$ en $\frac{15}{8}\pi$ 1

Passende parabool

9 maximumscore 6

- $f(0)=2$ geeft $c=2$ — 1
- $f'(x)=2ax+b$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn is $-\sqrt{3}$ — 1
- $f'(0)=-\sqrt{3}$ geeft $b=-\sqrt{3}$ (dus $f(x)=ax^2-\sqrt{3}\cdot x+2$) — 1
- De grafiek van f raakt de x-as dus $D=3-8a=0$ — 1
- Hieruit volgt $a=\frac{3}{8}$ (dus $f(x)=\frac{3}{8}x^2-\sqrt{3}\cdot x+2$) — 1

of

- $f(0)=2$ geeft $c=2$ — 1
- $f'(x)=2ax+b$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn is $-\sqrt{3}$ — 1
- $f'(0)=-\sqrt{3}$ geeft $b=-\sqrt{3}$ (dus $f(x)=ax^2-\sqrt{3}\cdot x+2$) — 1
- Voor de top van de grafiek van f geldt $x=\dfrac{\sqrt{3}}{2a}$ en uit $f\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2a}\right)=0$ volgt $\dfrac{3}{4a}-\dfrac{3}{2a}+2=0$ — 1
- Hieruit volgt $a=\frac{3}{8}$ (dus $f(x)=\frac{3}{8}x^2-\sqrt{3}\cdot x+2$) — 1

of

- Een vergelijking van een parabool is $y=a(x-p)^2$, dus $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=2a(x-p)$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn is $-\sqrt{3}$ — 1
- ($(0, 2)$ ligt op de parabool, dus) $2=a(0-p)^2$ en dus $2=ap^2$ — 1
- In $(0, 2)$ geldt $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=-\sqrt{3}$ dus $2a(0-p)=-\sqrt{3}$ en dus $2ap=\sqrt{3}$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt dat $p=\frac{4}{\sqrt{3}}$ en $a=\frac{3}{8}$ — 1
- $y=\frac{3}{8}\left(x-\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2$ herleiden tot $f(x)=\frac{3}{8}x^2-\sqrt{3}\cdot x+2$ (en dus $b=\sqrt{3}$ en $c=2$) — 1

Lijnenparen

10 maximumscore 4

- (m gaat door P en S, dus) de richtingscoëfficiënt van m is $\dfrac{4-ax}{10-x}$ — 1
- Uit $\dfrac{4-ax}{10-x}=-a$ volgt $2ax=10a+4$ — 1
- Hieruit volgt $a=\dfrac{2}{x-5}$ — 1
- $y=ax$ geeft $y=\dfrac{2x}{x-5}$ — 1

of

- (m gaat door P en S, dus) de richtingscoëfficiënt van m is $\dfrac{4-ax}{10-x}$ — 1
- Uit $\dfrac{4-ax}{10-x}=-a$ volgt $2ax=10a+4$ — 1
- Hieruit volgt $x=5+\dfrac{2}{a}$ en $y=5a+2$ — 1
- Dit invullen in $y=\dfrac{2x}{x-5}$ geeft $y=\dfrac{2\cdot\left(5+\dfrac{2}{a}\right)}{5+\dfrac{2}{a}-5}=\dfrac{10a+4}{2}=5a+2$ (en dat is de y-coördinaat van S, dus S ligt op de grafiek van f) — 1

of

- Een vergelijking van lijn m is $y=-a(x-10)+4$ — 1
- $a=\dfrac{y}{x}$ invullen geeft $y-4=-\dfrac{y}{x}(x-10)$ — 1
- Hieruit volgt $2xy-10y=4x$ — 1
- Een herleiding waaruit volgt dat $y=\dfrac{2x}{x-5}$ — 1

of

- Een vergelijking van lijn m is $y=-a(x-10)+4$ — 1
- $\dfrac{2x}{x-5}=ax$ geeft $ax^2-5ax-2x=0$ — 1
- Hieruit volgt $x=\dfrac{5a+2}{a}$ ($x=0$ voldoet niet) en $y=5a+2$ — 1
- Dit invullen in $y=-a(x-10)+4$ geeft $y=-a\left(\dfrac{2}{a}-5\right)+4=2+5a$ (en dus liggen het snijpunt van k en de grafiek van f op lijn m) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

11 **maximumscore 3**

- De afgeleide van $y=\dfrac{2x}{x-5}$ is $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\dfrac{2(x-5)-1(2x)}{(x-5)^2}$ 1
- Dit herleiden tot $\dfrac{-10}{(x-5)^2}$ 1
- Voor elke waarde van x is $\dfrac{-10}{(x-5)^2}<0$ (dus daalt de grafiek van f) 1

of

- $y=\dfrac{2x}{x-5}$ herschrijven tot $y=2+\dfrac{10}{x-5}$ 1
- Als x toeneemt, neemt $x-5$ toe en dus neemt $\dfrac{10}{x-5}$ af 1
- De waarde van y neemt dus af (dus daalt de grafiek van f) 1

12 maximumscore 6

- $MO = MP = MS = r$ — 1
- $MP = \sqrt{(10-r)^2 + 4^2}$ — 1
- $r = \sqrt{(10-r)^2 + 4^2}$ geeft $r = 5{,}8$ — 1
- $MS = 5{,}8$ met $S\left(x, \frac{2x}{x-5}\right)$ geeft $(x-5{,}8)^2 + \left(\frac{2x}{x-5}\right)^2 = 5{,}8^2$ — 1
- Dit geeft $x = 7{,}95...$ ($x = 0$, $x = 3{,}64...$ en $x = 10$ voldoen niet) — 1
- De gevraagde waarde van a is 0,68 — 1

of

- De middelloodlijn van lijnstuk OP gaat door (5,2) en heeft richtingscoëfficiënt $-\frac{5}{2}$, dus een vergelijking is $y = -\frac{5}{2}(x-5)+2$ — 1
- M is het snijpunt van de x-as met de middelloodlijn met vergelijking $y = -\frac{5}{2}(x-5)+2$ — 1
- Dit geeft $M(5\frac{4}{5}, 0)$ dus $r = 5{,}8$ — 1
- $S\left(x, \frac{2x}{x-5}\right)$ invullen in de vergelijking van c geeft $(x-5{,}8)^2 + \left(\frac{2x}{x-5}\right)^2 = 5{,}8^2$ — 1
- Dit geeft $x = 7{,}95...$ ($x = 0$, $x = 3{,}64...$ en $x = 10$ voldoen niet) — 1
- De gevraagde waarde van a is 0,68 — 1

of

- Voor c geldt: $(x-r)^2 + y^2 = r^2$ — 1
- P ligt op c, dus $(10-r)^2 + 4^2 = r^2$ — 1
- Hieruit volgt $r = 5{,}8$ — 1
- $S\left(x, \frac{2x}{x-5}\right)$ invullen in de vergelijking van c geeft $(x-5{,}8)^2 + \left(\frac{2x}{x-5}\right)^2 = 5{,}8^2$ — 1
- Dit geeft $x = 7{,}95...$ ($x = 0$, $x = 3{,}64...$ en $x = 10$ voldoen niet) — 1
- De gevraagde waarde van a is 0,68 — 1

Absolute logaritme

13 maximumscore 4

- Uit ${}^{2}\log(x^2-18x+69)=2$ volgt $x^2-18x+65=0$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $x=5$ of $x=13$ — 1
- Uit ${}^{2}\log(x^2-18x+69)=-2$ volgt $x^2-18x+68\frac{3}{4}=0$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $x=5\frac{1}{2}$ of $x=12\frac{1}{2}$ — 1

14 maximumscore 4

- De grafiek van f_a heeft twee verticale asymptoten bij de waarden van x waarvoor geldt $x^2-ax+69=0$ — 1
- De oplossingen hiervan zijn $x=\dfrac{a+\sqrt{a^2-276}}{2}$ en $x=\dfrac{a-\sqrt{a^2-276}}{2}$ — 1
- Het verschil tussen deze oplossingen is 20 als $\dfrac{\sqrt{a^2-276}}{2}=10$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $a=26$ ($a=-26$ voldoet niet) — 1

of

- De grafiek van f_a heeft twee verticale asymptoten bij $x=p$ en $x=p+20$ als $x^2-ax+69=(x-p)(x-p-20)$ — 1
- De constante termen in deze vergelijking zijn gelijk als $p^2+20p-69=0$ — 1
- De oplossing van deze vergelijking is $p=3$ ($p=-23$ voldoet niet) — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $a=(2p+20=)26$ — 1

of

- De grafiek van f_a heeft twee verticale asymptoten bij $x=p$ en $x=p+20$ als $\begin{cases} p^2-ap+69=0 \\ (p+20)^2-a(p+20)+69=0 \end{cases}$ — 1
- Hieruit volgt $a=2p+20$ — 1
- Invullen in een van beide vergelijkingen geeft $p^2+20p-69=0$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $p=3$ ($p=-23$ voldoet niet) en dus $a=(2p+20=)26$ — 1

Lijnstukken bij een exponentiële functie

15 maximumscore 5

- Voor de x-coördinaat van het raakpunt geldt $e^{ax} = e$, dus $x = \frac{1}{a}$ 1
- $f_a'(x) = a \cdot e^{ax}$ 1
- De helling van de raaklijn is $f_a'(\frac{1}{a}) = a \cdot e^{a \cdot \frac{1}{a}} = ae$ 1
- Een mogelijke vergelijking van de raaklijn is $y = ae \cdot x + b$; deze gaat door $\left(\frac{1}{a}, e\right)$ dus $e = ae \cdot \frac{1}{a} + b$ 1
- Dan volgt $b = 0$, dus de lijn gaat voor elke waarde van a door de oorsprong 1

of

- $f_a'(x) = a \cdot e^{ax}$ 1
- De x-coördinaat van het raakpunt van de raaklijn door de oorsprong is oplossing van de vergelijking $a \cdot e^{ax} = \dfrac{e^{ax}}{x}$ 1
- Hieruit volgt $x = \frac{1}{a}$ 1
- $f_a(\frac{1}{a}) = e^{a \cdot \frac{1}{a}} = e$ 1
- Dus de lijn door de oorsprong die raakt aan de grafiek, gaat door het (raak)punt met y-coördinaat e 1

16 maximumscore 7

- $D(1, 0)$, $E(e^a, 1)$ en $F(e^{2a}, 2)$ 1
- $AD^2 = 2$, $BE^2 = 2(e^a - 1)^2$ en $CF^2 = 2(e^{2a} - 2)^2$ 1
- Dus $AD = \sqrt{2}$, $BE = \sqrt{2}(e^a - 1)$ en $CF = \sqrt{2}(e^{2a} - 2)$ 1
- Uit $AD + BE = CF$ volgt $\sqrt{2} + \sqrt{2}(e^a - 1) = \sqrt{2}(e^{2a} - 2)$ 1
- Herleiden tot $e^{2a} - e^a - 2 = 0$ 1
- Dit geeft $(e^a + 1)(e^a - 2) = 0$ 1
- Dus $a = \ln(2)$ ($e^a = -1$ geeft geen oplossing) 1

of

Vraag	Antwoord	Scores

- $D(1, 0)$, $E(\mathrm{e}^a, 1)$ en $F(\mathrm{e}^{2a}, 2)$ 1
- $AD = \sqrt{2}$ en BE is de schuine zijde van een $1-1-\sqrt{2}$-driehoek met rechthoekszijde $\mathrm{e}^a - 1$, dus $BE = \sqrt{2}(\mathrm{e}^a - 1)$ 1
- CF is de schuine zijde van een $1-1-\sqrt{2}$-driehoek met rechthoekszijde $\mathrm{e}^{2a} - 2$, dus $CF = \sqrt{2}(\mathrm{e}^{2a} - 2)$ 1
- Uit $AD + BE = CF$ volgt $\sqrt{2} + \sqrt{2}(\mathrm{e}^a - 1) = \sqrt{2}(\mathrm{e}^{2a} - 2)$ 1
- Herleiden tot $\mathrm{e}^{2a} - \mathrm{e}^a - 2 = 0$ 1
- Dit geeft $(\mathrm{e}^a + 1)(\mathrm{e}^a - 2) = 0$ 1
- Dus $a = \ln(2)$ ($\mathrm{e}^a = -1$ geeft geen oplossing) 1

of

- $D(1, 0)$, $E(\mathrm{e}^a, 1)$ en $F(\mathrm{e}^{2a}, 2)$ 1
- $BE = \sqrt{(\mathrm{e}^a - 1)^2 + (1 - \mathrm{e}^a)^2}$ 1
- $CF = \sqrt{(\mathrm{e}^{2a} - 2)^2 + (2 - \mathrm{e}^{2a})^2}$ 1
- Uit $AD + BE = CF$ volgt $\sqrt{2} + \sqrt{2(\mathrm{e}^a - 1)^2} = \sqrt{2(\mathrm{e}^{2a} - 2)^2}$ 1
- Dit geeft $1 + \mathrm{e}^a - 1 = \mathrm{e}^{2a} - 2$ (ofwel $\mathrm{e}^{2a} - \mathrm{e}^a - 2 = 0$) 1
- Dit geeft $(\mathrm{e}^a + 1)(\mathrm{e}^a - 2) = 0$ 1
- Dus $a = \ln(2)$ ($\mathrm{e}^a = -1$ geeft geen oplossing) 1

of

- Het inzicht dat het volstaat de afstanden van A, B en C tot de lijn l met vergelijking $y = x$ te bekijken (ofwel dat geldt: $\mathrm{d}(A,l) + \mathrm{d}(B,l) = \mathrm{d}(C,l)$) 1
- $\mathrm{d}(A,l) = \dfrac{|0-1|}{\sqrt{2}}$, $\mathrm{d}(B,l) = \dfrac{|1-\mathrm{e}^a|}{\sqrt{2}}$ en $\mathrm{d}(C,l) = \dfrac{|2-\mathrm{e}^{2a}|}{\sqrt{2}}$ 1
- Uit $\mathrm{d}(A,l) + \mathrm{d}(B,l) = \mathrm{d}(C,l)$ volgt $1 + |1 - \mathrm{e}^a| = |2 - \mathrm{e}^{2a}|$ 1
- Het inzicht dat de vergelijking $1 - 1 + \mathrm{e}^a = -2 + \mathrm{e}^{2a}$ opgelost moet worden 1
- Herleiden tot $\mathrm{e}^{2a} - \mathrm{e}^a - 2 = 0$ 1
- Dit geeft $(\mathrm{e}^a + 1)(\mathrm{e}^a - 2) = 0$ 1
- Dus $a = \ln(2)$ ($\mathrm{e}^a = -1$ geeft geen oplossing) 1

Een hoek van 45 graden

17 maximumscore 6

- Voor de coördinaten van Q geldt: $a^2 + b^2 = 125$ 1
- $\cos\angle(\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ}) = \dfrac{9a + 27b}{9\sqrt{10} \cdot 5\sqrt{5}}$ 1
- Hieruit volgt $\dfrac{9a + 27b}{9\sqrt{10} \cdot 5\sqrt{5}} = \dfrac{1}{2}\sqrt{2}$ 1
- Herleiden tot $a + 3b = 25$ 1
- Het stelsel $\begin{cases} a + 3b = 25 \\ a^2 + b^2 = 125 \end{cases}$ geeft $b^2 - 15b + 50 = 0$ (of $a^2 - 5a - 50 = 0$) 1
- De mogelijke coördinaten van Q zijn $(-5, 10)$ en $(10, 5)$ 1

of

- Voor de coördinaten van Q geldt: $a^2 + b^2 = 125$ 1
- Noem de mogelijke punten Q_1 en Q_2; als $\overrightarrow{OQ_1} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ dan $\overrightarrow{OQ_2} = \begin{pmatrix} b \\ -a \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{Q_1Q_2} = \begin{pmatrix} -a + b \\ -a - b \end{pmatrix}$ 1
- $\begin{pmatrix} -a + b \\ -a - b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ 27 \end{pmatrix} = 0$ geeft $b = -2a$ 1
- Het stelsel $\begin{cases} b = -2a \\ a^2 + b^2 = 125 \end{cases}$ geeft $a^2 = 25$ 1
- De mogelijke coördinaten van Q zijn $(-5, 10)$ en $(10, 5)$ 1

of

- $\tan(\angle P) = 3$ (met $\angle P$ de hoek tussen $\overrightarrow{OP}$ en de positieve x-as) dus $\angle P = 71{,}5...$ (º) 1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door O en Q (met Q in het eerste kwadrant) is $\tan(\angle P - 45°) = 0{,}5$ 1
- Dit geeft $b = 2a$ (dus de coördinaten van Q zijn $(a, 2a)$ met $a > 0$) 1
- Dit combineren met $|\overrightarrow{OQ}| = 5\sqrt{5}$ geeft als eerste mogelijkheid $(10, 5)$ 1
- Beide mogelijkheden voor $\overrightarrow{OQ}$ staan loodrecht op elkaar, dus de richtingscoëfficiënt voor de andere mogelijke lijn door O en Q is –2 (of: $\tan(\angle P + 45°) = -2$) 1
- Dit combineren met $|\overrightarrow{OQ}| = 5\sqrt{5}$ geeft als tweede mogelijkheid $(-5, 10)$ 1

of

- P ligt op de lijn met vectorvoorstelling $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ 1
- S is de loodrechte projectie van Q op deze lijn, dan geldt (omdat OQS een gelijkbenige rechthoekige driehoek is en $\left|\overrightarrow{OQ}\right| = 5\sqrt{5}$) dat $\left|\overrightarrow{OS}\right| = 2\frac{1}{2}\sqrt{10}$ en dus geldt $t = 2\frac{1}{2}$ 1
- Dus $\overrightarrow{OS} = \begin{pmatrix} 2\frac{1}{2} \\ 7\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ en $\overrightarrow{OS}_L = \begin{pmatrix} -7\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{OS}_L = \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \end{pmatrix}$ (dus mogelijke coördinaten van Q zijn $(-5, 10)$) 1
- $\overrightarrow{OS}_R = \begin{pmatrix} 7\frac{1}{2} \\ -2\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{OS}_R = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix}$ (dus mogelijke coördinaten van Q zijn $(10, 5)$) 1

of

- De richtingsvector van de lijn door O en Q is $\begin{pmatrix} 1 \\ q \end{pmatrix}$ (voor zekere waarde van q) 1
- $\cos(\angle(\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ})) = \dfrac{\begin{pmatrix} 9 \\ 27 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ q \end{pmatrix}}{\sqrt{810} \cdot \sqrt{1+q^2}}$ ofwel $\frac{1}{2}\sqrt{2} = \dfrac{9+27q}{\sqrt{810} \cdot \sqrt{1+q^2}}$ 1
- Dit herleiden tot $2q^2 + 3q - 2 = 0$ 1
- Dit geeft $q = 0,5$ ($q = -2$ voldoet niet) 1
- De richtingsvector van de lijn door O en Q is $\begin{pmatrix} 1 \\ 0,5 \end{pmatrix}$; dit combineren met $\left|\overrightarrow{OQ}\right| = 5\sqrt{5}$ geeft als eerste mogelijke coördinaten van Q $(-5, 10)$ (of $(10, 5)$) 1
- De andere mogelijke coördinaten van Q zijn $(10, 5)$ (of $(-5, 10)$) 1

Bronvermeldingen

alle figuren	Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling, 2024